**2018年山东省自然科学奖申报项目情况公示**

**项目名称**：几类非线性微分方程的定性与稳定性分析

**申报奖种及等级**：山东省自然科学奖（一等奖）

**项目简介：**

微分方程伴随着微积分的创立而产生，在现代科学中发挥着重大作用。动力系统与微分方程有着紧密联系，它以确定的随时间演变系统的大范围动力学性态为其研究内容，是现代大范围分析这一综合性数学分支的重要组成部分。微分方程定性与稳定性理论一直以来都是微分方程与动力系统领域非常重要的前沿课题，引起了国内外数学家的广泛关注。本项目针对起源于物理学、力学等领域的几类非线性微分方程，主要开展哈密顿系统、非局部椭圆方程以及奇异动力系统的定性与稳定性研究。具体在哈密顿系统周期解的运动稳定性、同宿解的存在性与多重性，非局部方程正解的存在性与多重性以及性态刻画，奇异动力系统周期解的存在性等三个方面，取得了有较大影响力的原创性成果。项目的主要创新点如下：

（一）**建立了非线性哈密顿系统的轨道动力学性质。**提出并发展了平面非线性哈密顿系统周期解运动稳定性的解析方法，即三阶近似法。与KAM理论不同，该方法与小参数无关，所得结果是非局部的。获得了相对论意义下变长钟摆平衡态运动稳定性的完整结果；基于算子理论与谱分析构建了新的泛函空间，获得了带有零谱点的一阶周期哈密顿系统同宿解的存在性与多重性，将已有超二次情形中的结果推广到渐近二次情形。

（二）**发展了研究非局部椭圆方程正解的变分方法，获得了解的存在性与多重性若干充分条件。**研究了带有非齐次项薛定谔-泊松系统有界正解的多重性，证明了解的个数与加权函数极大值点个数相一致的结论。提出了在Nehari流形中构造子流形从而解决(PS)-序列有界性的方法。该方法具有一定的普适性，可适用于非局部方程变号解的研究；获得了具有饱和非线性项薛定谔-泊松系统正基态解的存在性结果，提出了泛函具有山路几何结构的新假设；首次将陡峭势阱应用于基尔霍夫方程的研究，提出了通过控制势阱的深度获得泛函紧性的方法，为陡峭势阱在非线性方程中的应用提供了借鉴经验。

（三）**发展了研究奇异动力系统周期解的非线性分析方法，获得了周期解的存在性若干充分条件。**分别建立了具有强奇异性与弱奇异性二阶系统非碰撞周期解的存在性结果，解决了在非共振条件下西班牙数学家P.J. Torres教授在JDE中提出的公开问题；建立了一阶脉冲奇异方程周期解的存在性结果。与已有结果不同，奇异项并不要求满足Gordon强制性条件，同时扰动函数也不需要是正的；提出了二阶脉冲奇异方程在变分意义下弱解的定义，构建了变分框架，阐释了脉冲产生周期解的机理。

**项目客观评价：**

主持完成与本项目相关的国家自然科学基金3项、省自然科学基金2项，目前在研国家自然科学基金2项、山东省优秀青年基金1项。发表与本项目相关的SCI论文71篇，其中二区以上40篇，入选ESI高被引论文7篇，SCI他引855次，8篇代表性论著他引301次，SCI他引285次，单篇最高SCI他引80次。获得国内外同行的广泛关注、积极评价和引用。比利时皇家科学院院士，俄罗斯科学院外籍院士J. Mawhin教授在JDDE中肯定了完成人在相对论意义下钟摆平衡态稳定性的工作；发展中国家科学院（原第三世界科学院）院士徐洪坤教授在JMAA中评价脉冲奇异微分方程周期解的工作具有内在的困难性；美国威廉玛丽学院(College of William and Mary)汉密尔顿讲座教授J. Shi等在CVPDE中详细阐述了完成人在具有饱和非线性项薛定谔-泊松系统基态解的工作；国家杰青、清华大学邹文明教授等在ZAMP中详细阐述了完成人在非线性基尔霍夫方程中的结果。

**全部完成人排序及对项目的贡献和工作量：**

全部完成人的姓名、排序、行政职务、职称、工作单位、成果完成单位、全部完成人对项目技术（学术）创造性贡献、全部完成人曾获省级以上科学技术奖励情况、全部完成人提供的代表性论文、论著目录以及完成人合作关系说明等。

**1. 姓名：孙俊涛，排序：1/2，职称：副教授，工作单位：山东理工大学，成果完成单位：山东理工大学。**

主要围绕哈密顿系统、非局部椭圆方程和奇异动力系统的定性理论开展研究，是本项目《重要科学发现》中第2、3、4、5、8点的主要完成人，为代表性论著[1,3,5,6,8]的第一作者。获得2015年湖南省自然科学奖三等奖（第2完成人）。

**2. 姓名：储继峰，排序：2/2，行政职务：副院长，职称：教授，工作单位：上海师范大学，成果完成单位：河海大学。**

主要围绕平面哈密顿系统和奇异动力系统的定性与稳定性理论开展研究，是本项目《重要科学发现》中第1、6、7点的主要完成人，为代表性论著[2,4,7]的第一作者，代表性论著[6,8]的第二作者。

**完成人合作关系说明：**

本项目是由山东理工大学数学与统计学院孙俊涛副教授与上海师范大学数理学院储继峰教授共同完成。两人具有相同的研究方向，在微分方程与动力系统领域有良好的合作关系。自2010年起，双方开始进行学术交流与合作，就共同感兴趣的学术问题开展合作研究。截止目前，已在国外重要数学期刊合作发表SCI论文6篇，其中包括项目中8篇代表性论著中的2篇。

8篇代表性论著目录

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 序号 | 论文专著名称 | 发表刊物（出版社） | 发表（出版）时间 | JCR分区 | 作者（按刊物发表顺序） | 影响  因子 | 他引  总次数 | SCI他  引次数 | 备注 |
| 1 | On ground state solutions for some non-autonomous Schrodinger-Poisson systems | Journal of Differential Equations | 2012-03 | Q1 | Juntao Sun, Haibo Chen, Juan J. Nieto | 1.480 | 48 | 47 | ESI高被引论文 |
| 2 | Periodic solutions of second order non-autonomous singular dynamical systems | Journal of Differential Equations | 2007-08 | Q1 | Jifeng Chu, Pedro J. Torres, Meirong Zhang | 1.097 | 73 | 69 | ESI高被引论文 |
| 3 | Ground state solutions for an indefinite Kirchhoff type problem with steep potential well | Journal of Differential Equations | 2014-02 | Q1 | Juntao Sun, Tsung-fang Wu | 1.680 | 45 | 44 | ESI高被引论文 |
| 4 | Multiplicity of positive solutions for a nonlinear Schrodinger-Poisson system | Journal of Differential Equations | 2016-01 | Q1 | Juntao Sun, Tsung-fang Wu, Zhaosheng Feng | 1.988 | 14 | 14 | ESI高被引论文 |
| 5 | The stability of the equilibrium of a nonlinear planar system and application to the relativistic oscillator | Journal of Differential Equations | 2009-07 | Q1 | Jifeng Chu, Jinzhi Lei, Meirong Zhang | 1.426 | 15 | 14 |  |
| 6 | Homoclinic orbits for first order periodic Hamiltonian systems with spectrum point zero | Discrete and Continuous Dynamical Systems | 2013-08 | Q1 | Juntao Sun, Jifeng Chu, Zhaosheng Feng | 0.923 | 4 | 4 |  |
| 7 | Impulsive periodic solutions of first-order singular differential equations | Bulletin of the London Mathematical Society | 2008-02 | Q2 | Jifeng Chu, Juan J. Nieto | 0.668 | 88 | 80 | ESI高被引论文 |
| 8 | Periodic solution generated by impulses for singular differential equations | Journal of Mathematical Analysis and Applications | 2013-08 | Q1 | Juntao Sun, Jifeng Chu, Haibo Chen | 1.119 | 14 | 13 |  |